Българска академия на науките • Bulgarian Academy of Sciences
Аерокосмически изследвания в България • 12 • Aerospace Research in Bulgaria
София • 1996 • Sofia

Вариационная задача оптимизации формы головной части планетного пенетратора

Виктор Баранов, Игорь Лопа,
Звезделин Чивиков, Христо Христов***

Тульский государственный технический университет, Россия
** „Дунарит" ЕООД, Болгария*
*** Подразделение 42660 – МО, Болгария*

Эффективное выполнение научных программ исследования планетного грунта, как и качество полученных результатов, существенно зависят от эксплоатационных параметров используемых планетных пенетраторов, в частности от их проникающих возможностей [1].

Известно [2], что сопротивление грунта проникаию в него жесткого элемента зависит от четырех независимых факторов: скорости движения пенетратора; площади его миделева сечения; механических свойств среды, в которую происходит проникание и формы образующей головной части пенетратора. Ниже анализируется влияние последнего фактора. Решение проводится в рамках известной гипотезы о пренебрежимой малости касательной составляющей удельной силы сопротивления грунта на головной части (силы трения Кулона) по сравнению с ее нормальной компонентой. В данном случае элементарная

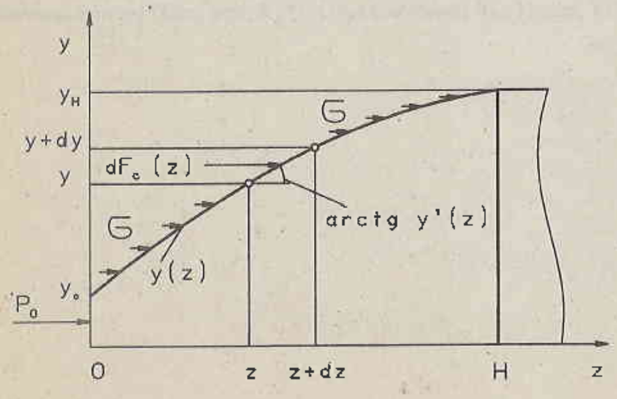

Рис. 1

сила сопротивления грунта, действующая на кольцевой элемент головной части длиной dz (рис. 1) определяется так:

$$dF_c(z) = \left(A + BV^n\right)\lambda(z)\ dS_M(z), \tag{1}$$

где A, B, n — коэффициенты, зависящие от статических и динамических механических характеристик грунта (их структура раскрывается, например, при использовании двучленного закона сопротивления Майевского — Забудского);

$dS_M(z) = 2\pi y(z)dy(z)$ — площадь миделева сечения выделенного элемента;

(2) $\lambda(z) = \sin^2\left(\operatorname{arctg} y'(z)\right) = \dfrac{y'^2(z)}{1 + y'^2(z)}$ — коэффициент формы выделенного элемента головной части (заметим, что при $y'(z)=\infty$ $\lambda(z)=1$, поэтому физический смысл $\lambda(z)$ — отношение силы лобового сопротивления грунта прониканию в него выделенного элемента к силе сопротивления плоского кольцевого элемента с той же площадью миделева сечения);

$y = y(z)$ — уравнение образующей головной части идентора:

$$y(z) > 0;\ y'(z) \ge 0;\ y(0) = y_0;\ y(H) = y_H;\ z \in [0;\ H];$$

H — высота головной части.

С учетом (1), (2) суммарная сила сопротивления определистя так:

$$F_c = \left(A + BV^n\right)\left[\frac{y_0^2}{y_H^2} + \frac{2}{y_H^2}\int_{y_0}^{y_H}\frac{y'^2 y}{1 + y'^2}dy\right]\pi y_H^2. \tag{3}$$

Заметим, что при прочих неизменных условиях суммарная сила сопротивления F_c зависит от параметра y_0 — радиуса притупления головной части в ее вершине, и вида функции $y=y(z)$. Очевидно, потребовав выполнения условия y_0=const, придем к имеющей логический смысл вариационной задаче: среди множества функций $y=y(z)$, обладающих перечисленными выше свойствами, отыскать функцию, минимизирующую интегральный коэффициент формы головной части, что эквивалентно в рамках принятых гипотез минимизации суммарной силы сопротивления прониканию идентора в преграду. Формально это требование сводится к отысканию экстремума функционала, являющегося составной частью (3):

$$J = \int_{y_0}^{y_H}\frac{y'^2 y}{1 + y'^2}dy = \int_0^H\frac{y'^3 y}{1 + y'^2}dz. \tag{4}$$

Известно [3], что искомая функция $y=y(z)$ является решением краевой задачи с жестко закрепленными концами для обыкновенного дифференциального уравнения Эйлера — Лагранжа вида

$$F'_y - F''_{zy'} - F''_{yy'}\frac{dy}{dz} - F''_{y'y'}\frac{d^2y}{dz^2} = 0, \tag{5}$$

$$y(0) = y_0;\ y(H) = y_H,$$

где $F(z, y, y') = \dfrac{y'^3 y}{1 + y'^2}$ — подынтегральная функция (4).

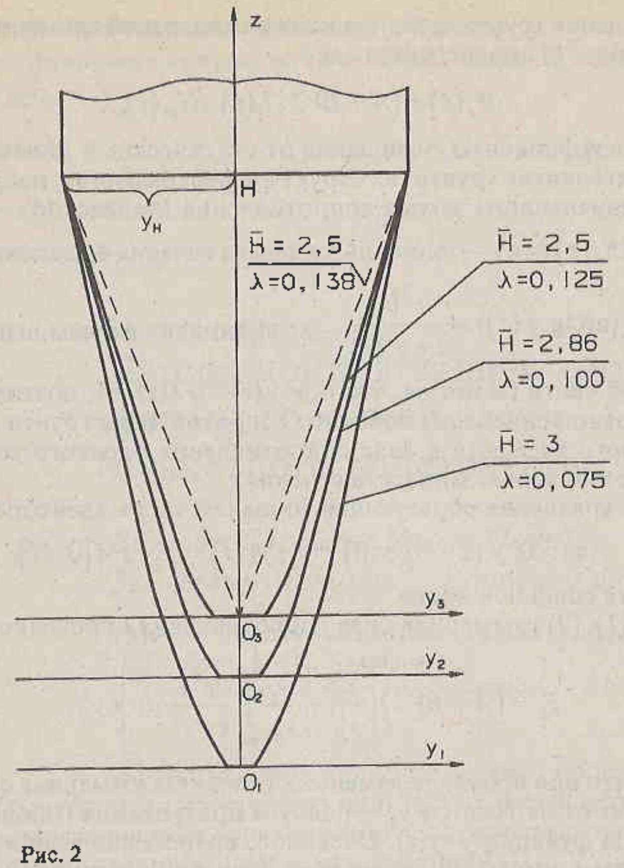

Рис. 2

Для реальных конструкций с $H \geq 2{,}5 y_H$ получено приближенное решение (5), которое в относительных переменных записывается так:

(6) $$\bar{y} = \left[\left(1-\bar{y}_0^{4/3}\right)\bar{z} + \bar{y}_0^{4/3}\right]^{3/4},$$

где $\bar{y} = y/y_H$; $\bar{y}_0 = y_0/y_H$; $\bar{z} = z/H$.

Снятие ограничения $H \geq 2{,}5 y_H$ приводит к недопустимому возрастанию погрешности аппроксимации решения (5) функцией (6), и в этом случае решение задачи (5) следует проводить численно, например, методом стрельбы [4].

Полученное таким образом решение (5) позволяет отыскать условный минимум (3), так как при проведении решения выше было наложено жесткое ограничение y_0=const. Снятие последнего с учетом (6) позволяет отыскать безусловный минимум (3), для чего естественно теперь воспользоваться условием

$$\frac{dF_c\left(y_0\right)}{dy_0} = 0,$$

которое в рассматриваемом случае имеет вид:

$$y_0 + \frac{d}{dy_0}\left[\int\limits_{y_0}^{y_H} \frac{y'^2 y}{1+y'^2} dy\right] = 0,$$

или, с учётом (6) в принятых обозначениях:

$$\bar{y}_0 = \frac{8}{81\sqrt{3}} \overline{H}^3 \sqrt{\left(\sqrt{\left(1 + \frac{279}{32}\overline{H}^{-4}\right)} - 1\right)^3}, \tag{7}$$

где $\overline{H} = H \big/ y_H$.

Таким образом, получено аналитическое представление (6), (7), позволяющее строить оптимальный профиль образующей головной части идентора на стадии его проектирования.

Интересным и характерным обстоятельством является то, что оптимальная форма головной части не зависит от абсолютных размеров, а зависит только от её удлинения.

На рис. 2 представлены оптимальные формы головных частей проникающих конструкций при различных $\overline{H}$. Видно, что они существенно отличаются от остроконечных, причем соответствующие коэффициенты силы лобового сопротивления прониканию на 8—9% меньше. Следует отметить, что образующая головной части, хотя и близка к конусу, является выпуклой, причем при одинаковых y_0 при уменьшении высоты головной части $\overline{H}$ выпуклость возрастает.

Таким образом, предложено интегральное уравнение для определения коэффициента силы лобового сопротивления прониканию головной части произвольной формы. Разработаны критерии его минимизации и получены формулы для отыскания оптимальных значений радиуса притупления и уравнения образующей головных частей проникающих конструкций.

Литература

1. Мардиросян, Г., В. Фремд. Трехкомпонентный пенетраторный акселерометр для исследования Марса. — Аерокосмически изследвания в България, 1991, № 8, 39—46.
2. Сагомонян, А., Проникание. М., МГУ, 1974.
3. Зельдович, Я., А. Мышкис. Элементы прикладной математики. М., Наука, 1972.
4. Мак-Кракен, Д., У. Дорн. Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ. М., Мир, 1977.

Поступила 6. II. 1995 г.

Variational problem for optimization the shape of the front surface of a planet penetrator

Victor Baranov, Igor Lopa,
Zwezdelin Chiwikov, Christo Christov

(Summary)

A variational problem is formulated, regarding the optimization the shape of the shaping surface of the frontal of a planet penetrator, penetrating into rocks.

The optimization parameter is the coefficient of the fore-part shape. Numeric results are shown and discussed.

It is shown that it is possible to reduce the penetrating resistance in comparison with a cone up to 10 percent.